

Fall 11-2014

TREGUESIT E VLERËS MESATARE

Hekuran Popaj

University for Business and Technology - UBT

Follow this and additional works at: <https://knowledgecenter.ubt-uni.net/etd>



Part of the [Business Commons](#)

Recommended Citation

Popaj, Hekuran, "TREGUESIT E VLERËS MESATARE" (2014). *Theses and Dissertations*. 2372.
<https://knowledgecenter.ubt-uni.net/etd/2372>

This Thesis is brought to you for free and open access by the Student Work at UBT Knowledge Center. It has been accepted for inclusion in Theses and Dissertations by an authorized administrator of UBT Knowledge Center. For more information, please contact knowledge.center@ubt-uni.net.



Fakulteti për Menaxhment, Biznes dhe Ekonomi

TREGUESIT E VLERËS MESATARE
Shkalla Bachelor

Hekuran Popaj

Nëntor / 2014
Prishtinë



Fakulteti për Menaxhment, Biznes dhe Ekonomi

Punim Diplome
Viti akademik 2011-2012

Hekuran Popaj

TREGUESIT E VLERËS MESATARE

Mentori: MSc. Mentor Geci

Nëntor / 2014

Ky punim është përpiluar dhe dorëzuar në përmbushjen e kërkesave të pjesshme për Shkallën Bachelor

ABSTRAKT

Treguesit e vlerës mesatare

Treguesit e vlerës mesatare janë pjesë e analizës statike tek grupi i analizës statistikore. Treguesit e vlerës mesatare janë vlera reprezentative të cilat zëvendësojnë të gjitha vlerat e veqorisë së dukurisë së dhënë. Sa më homogjene që të jenë të dhënat statistikore aq më reprezentative do të jenë vlerat mesatare.

Madhësitë mesatare shprehin anën sasiore të serive statistikore dhe llogariten vetëm të seritë statistikore ndërsa të ato cilësore pamundësohet llogaritja e tyre.

Madhësitë mesatare në vargun e të dhënave të njësisë statistikore gjenden gjithmonë në mes të modalitetit (të dhënës) më të vogël dhe modalitetit më të madhë të asaj serie.

Treguesit e vlerës mesatare ndahen në disa ndryshëm për të bërë më të lehtë dhe për të përcaktuar llogaritjen në bazë të nevojës.

Ato japin rezultate të sakta dhe shpejta për analizë dhe interpretim.

MIRËNJOHJE DHE FALENDERIME

Studimet në UBT nuk mund të përshkruhen se sa mirë kanë kaluar qëkur fillova studimet para tre viteve në Menaxhment, Binznes dhe Ekonomi. Por di të them që jam pajisur me dije dhe njohuri të shumta përgjatë kohës së studimeve.

Andaj do të dëshiroja që së pari të falenderoj familjen time që e mundësoi studimet e mia në UBT. Poashtu i falenderoj dhe ju jam shumë mirënjohës për çdo gjë që kanë bërë për mua deri më tani.

Gjithashtu falenderoj Mentorin tim Prof. Mentor Geci për ndihmën dhe kontributin e dhënë përgjatë punës deri në finalizimin e këtij punimi diplome. Falemderit Profesor!

Falenderoj poashtu shoqërinë dhe kolegët e mi që i bënë të paharruar çdo moment që kalova me ta. Punuam së bashku dhe mësuam së bashku gjatë këtyre viteve studimi. Poashtu dhamë kontribut edhe në aspekte tjera shoqërore përgjatë kohës sa më dhatë mundësinë të bëhem President i Organizatës Studentore të UBT-së. Shpresoj të respektohem dhe përmendemi për të mirë!

Ju falemderit të gjithëve!

PËRMBAJTJA

LISTA E FIGURAVE.....	5
LISTA E TABELAVE.....	5
FJALORI I TERMAVE.....	6
1. HYRJE	7
2. SHQYRTIMI I LITERATURES.....	8
2.1 MADHËSITË MESATARE.....	8
2.2 Madhësitë mesatare algjebrike.....	9
2.2.1 Mesatarja aritmetike.....	11
2.2.2 Mesatarja harmonike.....	12
2.2.3 Mesatarja gjeometrike.....	14
2.3 Mesataret e pozicionit.....	17
2.3.1 Moda.....	17
2.3.2 Mediana.....	18
3. DEKLARIMI I PROBLEMIT.....	23
3.1 Llogaritje me shembuj të ndryshëm të mesatareve algjebrike.....	23
3.2 Llogaritje me shembuj të ndryshëm të mesatareve të pozicionit.....	28
4. METODOLOGJIA.....	18
5. REZULTATET.....	29
5.1 Përparësitë dhe mangësitë e mesatareve algjebrike.....	29
5.2 Përparësitë dhe mangësitë e mesatareve të pozicionit.....	31
6. DISKUTIME DHE PËRFUNDIME.....	33
7. REFERENCAT.....	34

LISTA E FIGURAVE

Figura 1. Madhësitë mesatare të paraqitura në diagram.....	10
--	----

LISTA E TABELAVE

Tabela 1. Llogaritja e mesatares aritmetike. Të paraqitura numri i punëtorëve dhe arkat e mbushura me mollë.....	12
Tabela 2. Llogaritja e mesatares harmonike të ponderuar. Paraqitja e kompanive, numrit të punëtorëve, kohës së hargjuar dhe sasisë së prodhuar.....	14
Tabela 3. Llogaritja e mesatares së ponderuar gjeometrike.....	16
Tabela 4. Llogaritja e modës.(intervali i barabartë).....	19
Tabela 5. Llogaritja e modës.(intervali i pabarabartë).....	19
Tabela 6. Llogaritja e medianës.Paraqitja e sasisë së këpucëve dhe numrit të punëtorëve.....	22
Tabela 7. Llogaritja me mesataren e thjeshtë aritmetike. Paraqiten të dhënat mbi çmimet e karburanteve për periudhën mars 2010 dhe prill 2014.....	24
Tabela 8. Llogaritja me mesataren e ponderuar aritmetike. Të dhëna mbi numrin e kinemave në Kosovë dhe numrin e filmave të shfaqur përgjatë viteve 2004 deri më 2010.....	25
Tabela 9. Llogaritja e mesatares harmonike. Paraqitet numri dhe mosha e studentëve në njërin nga kolegjet private në Kosovë.....	26
Tabela 10. Llogaritja e mesatares gjeometrike. Paraqitja e numrave sipas mostrës së rastësishme.....	27
Tabela 11. Llogaritja e mesatares gjeometrike. Paraqitja e notave dhe numrit të studentëve të disa klasave në një kolegji privat.....	28
Tabela 12. Llogaritja e modës dhe medianës. Të dhëna mbi pagat mesatare në hotele dhe restaurante përgjatë viteve 2005-2011.....	29

FJALORI I TERMAVE

Log	Logaritmet
Anti log	Antilogaritmet
G	Mesatarja gjeometrike
Deskriptive	Përshkruese
Reprezentative	Perfaqësuese

1. HYRJE

Në këtë punim diplome do të analizojmë Madhësitë mesatare, si ato algjebrike edhe ato të pozicionit. Do ta elaborojmë rëndësinë e madhësive mesatare edhe me shembuj të ndryshme që të kemi sa më të qartë përdorimin e tyre.

Statistika është shkencë e cila përcjell zhvillimin e dukurive në natyrë, ekonomi dhe shoqëri. Lindja, zgjerimi dhe përsosja e veprimit të statistikës gjatë etapave të zhvillimit të shoqërisë njerëzore ndikoi dukshëm në pasqyrimin, analizimin dhe studimin e drejtë të dukurive dhe kahjet e zhvillimit të tyre.

Rëndësia e statistikës bazohet në aspektin e shfrytëzimit të dhënave statistikore, duke bërë llogaritjen e tyre të saktë në dhënien e rezultateve për interpretim dhe zbatim në praktikë.

Njeriu që për herë të parë e përdori emrin "statistikë" në formë të shkruar është Gottfried Achenvali më 1784, i cili konsideron se detyra e statistikës është sistematizimi i të dhënave për popullsinë me qëllim të udhëheqjes së politikës shtetërore. "Menyra statistikore e të menduarit një ditë do të jetë e domosdoshme për qytetari efektive si aftësia për të lexuar".

H.G.Wells. Gjithashtu edhe Shoqata e shoqata e Statisticentëve Amerikanë thotë "Statistika është grumbull i metodave karakteristike shkencore për zhvillimin bashkohor shkencor". Pra në bazë të zhvillimit historik të saj, statistika mund të definohet si shkencë e cila përmes madhësive apo vlerave numerike bën hulumtimin e karakteristikave të dukurive massive.

Ndikimi i qasjeve të ndryshme nga autorë të ndryshëm kanë bërë që statistika të ndahet në dy grupe kryesore:

a) Statistika descriptive (përshkruese). Përfshin mbledhjen, organizimin dhe prezantimin e të dhënave.

b) Statistika representative (mostra). Përfshin bërjen e vlerësimeve, testimin e hipotezave, përcaktimin e raporteve dhe bërjen e parashikimeve.

Ndërsa analiza statistikore si pjesa kryesore e cila shërben për të bërë llogaritjet dhe mundëson interpretimin e tyre. Analiza statistikore bënë përpunimin e të dhënave dhe formon tregues të ndryshëm statistikor përmes të cilëve nxirren konkludime cilësore për dukurinë e studiuar. Rëndësi të veçantë ka sidomos në krahasimin e të dhënave dhe rezultateve kërkimore të dy e më tepër dukurive në kohë dhe hapësirë. Ekzistojnë disa lloje të analizës statistikore si :statike, dinamike, reprezentative dhe regressive.

2. SHQYRTIMI I LITERATURES

2.1 Madhësitë mesatare

Mesatarja si shprehje është përdorur kohë më parë në historinë e njerzimit. Tanimë përdoret shumë edhe në jetën e përditshme, si në punë edhe në familje. Çdo familje, në situatë të ndryshme të jetës, p.sh. llogaritja e shpenzimeve që janë të domosdoshme për tu bërë. Duke nisur nga ushqimi, veshmëmbathja ku llogaritet mesatarisht konsumi për tërë familjen dhe ndaras për çdo anëtar të saj.

Gjithashtu, çdo individ konsumon ushqim mesatar, harxhon kohë mesatare, pi duhan mesatarisht disa cigare në ditë, dëshiron ta ruaj peshën mesatare trupore, udhëton me makinë mesatarisht disa kilometra në ditë etj. Të gjitha këto mesatare të llogaritura në vecanti kanë të bëjnë me një periudhë të caktuar kohore.

Duhet cekur se madhësitë mesatare llogariten vetëm te seritë sasiore të njësive statistikore, ndërsa te to cilësore pamundësohet llogaritja e tyre. Andaj kuptojmë se madhësitë mesatare shprehin anën sasiore të serive statistikore.

Madhësitë mesatare paraqesin një metodë shumë të rëndësishme statistikore për hulumtimin e dukurive ekonomiko-shoqërore. Përmes madhësive mesatare shprehen shumë tregues të rëndësishëm të gjendjes, ecurisë dhe zhvillimit të dukurive të ndryshme në të ardhmen.

Zbatimi i llojeve të madhësive mesatare, varet kryesisht nga natyra e të dhënave dhe qëllimi i studimit të objektit statistikor.

Për analizën e serive statistikore më kryesore janë: mesatarja aritmetike, harmonike, kronologjike, gjeometrike dhe mesatarja logaritmike. Ndryshe, ky lloj i mesatareve quhet edhe mesatare algjebrike, sepse për llogaritjet e tyre bazohen në formula algjebrike.

Poashtu ekziston edhe një grup tjetër i mesatareve, të cilat në bazë të pozitës që zënë në seri, quhen mesatare të pozicionit. Në këtë grup bëjnë pjesë: moda dhe mediana. Këto madhësi llogariten me formula empirike

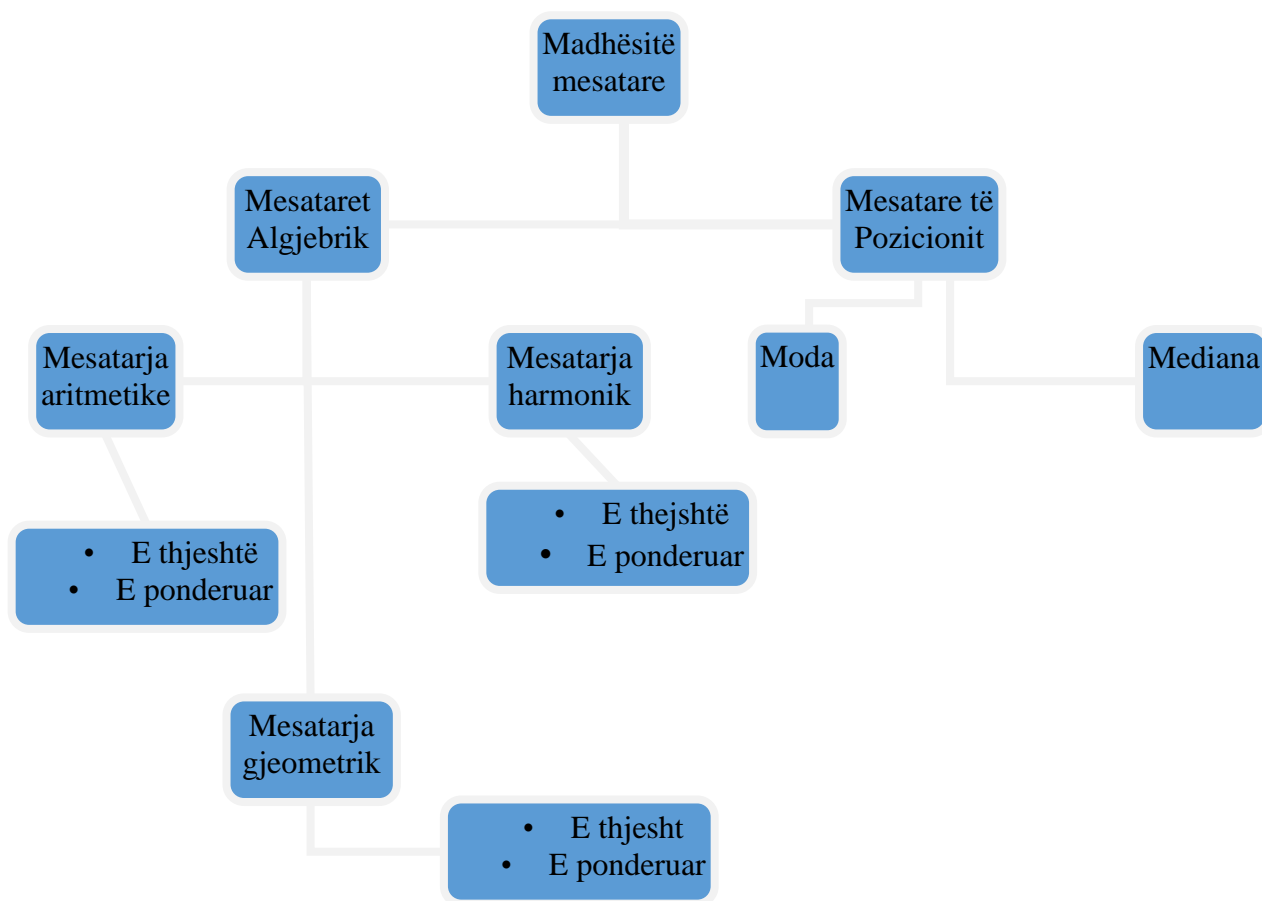


Figura 1. Madhësitë mesatare të paraqitura në diagram

2.2 Madhësitë mesatare algjebrike

2.2.1 Mesatarja aritmetike

Mesatarja aritmetike paraqet treguesin statistikor me përdorim më të madh në praktikë dhe merr për bazë shumën e variablave ($\sum x$), numrin e variablave (n) dhe peshën specifike (f).

Dallojmë dy forma të mesatares aritmetike: të thjeshtë dhe të ponderuar.

- a) Mesatarja aritmetike e thjeshtë llogaritet duke mbledhur shumën e variablave dhe pjesëtuar atë me numrin e variablave.

Mesatarja aritmetike e thjeshtë llogaritet kur të dhënat janë nga:

- 1) Mostra
- 2) Dukuria

1) Kur mesatarja llogaritet nga mostra kemi: $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ (1)

2) Kur mesatarja llogaritet nga dukuria kemi: $\mu = \frac{\sum x}{n}$ (2)

(Shembull 1.) Llogaritja e mesatares aritmetike të thjeshtë, duke marrë për bazë vlerat e faturave të një kompanie të zakonshme tregtare në Kosovë. Faturave mujore (taksa, tatime, qira, paga etj.)

Seria: 2000€, 5000€, 1500€, 1300€, 500€

$$\text{Mesatarja} = \frac{2000+5000+1500+1300+500}{5} = 2,060$$

- b) Mesatarja aritmetike e ponderuar llogaritet duke mbledhur shumën e variablave dhe duke shumëzuar atë me ponderin (f).

(Shembull 2.) Llogaritja e mesatares aritmetike të ponderuar, duke supozuar shumën e arkave me mollë të mbushura nga punëtorët me synim shitjen e tyre.

Tabela 1. Llogaritja e mesatares aritmetike. Të paraqitura numri i punëtorëve dhe arkat e mbushura me mollë.

Arkat me mollë	Numri i punëtorëve
13	3
18	4
16	5
20	6

Zgjidhja:

Arkat me mollë (x)	Numri punëtorëve (f)	f * x
13	3	39
18	4	72
16	5	80
20	6	120
-	$\sum 18$	$\sum 311$

$$\text{Mesatarja} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{311}{18} = 17.27$$

Koment: Mesatarja e arkave të mbushura me mollë nga punëtorët është 17.27 arka për punëtorë.

2.2.2 Mesatarja harmonike

Mesatarja harmonike, si metode e llogaritjes së nivelit mesatarë të tiparit të dukurisë së analizuar përdoret në rastet kur përmes mesatares aritmetike nuk fitohen rezultate të sakta. Andaj mesatarja harmonike definohet si vlerë reciproke e mesatarës aritmetike të vlerave reciproke të dukurisë së caktuar. Pra kjo mesatare rrjedhë nga mesatarja aritmetike sepse përdoret formula e njejtë por reciproke. Edhe mesatarja harmonike sipas formës së llogaritjes ndahet në atë të thjeshtë dhe të ponderuar.¹

Mesatarja harmonike e thjeshtë paraqet raportin në mes të numrin të variantave dhe shumës së vlerave të tyre. Pra kur të dhënat nuk janë të grupuara përdoret kjo mesatare sipas formulës:

$$H = \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}{n}}, \quad H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}, \quad (3)$$

Si rezultat i shprehjeve:²

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_i} + \dots + \frac{1}{x_n}} \quad (4)$$

(Shembull 3.) Gjetja e mesatares së thjeshtë harmonike për numërat: 2,4,7 dhe 9.

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{4}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9}} = x = \frac{4}{0.55 + 0.25 + 0.14 + 0.11} = \frac{4}{1.05} = 3.80$$

❖ ¹Prof.dr.sc.Rahmil Nuhiu-Mr.sc.Ahmet Shala "Bazat e Statistikës" Prishtinë 2005.

❖ ² Joanne Smailes dhe Angela McGrane "Essential Bussiness Statistics" 2000.

Mesatarja harmonike e ponderuar përdoret njësoj si mesatarja e thjeshtë harmonike, te dukuritë kur të dhënat e tyre janë raporte reciproke. Dallimi qëndron në atë se te mesatarja e ponderuar frekuencat nuk janë të barabarta, përkatesisht janë të ndryshme. Formula për llogaritjen e mesatares harmonike të ponderuar është:

$$H = \frac{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}{\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \frac{f_3}{x_3} + \dots + \frac{f_n}{x_n}} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{\sum_{i=1}^n \frac{f_i}{x_i}} \quad (5)$$

$$H = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}} \quad (6)$$

(Shembull 4.) Nga të dhënat në tabelën vijuese për sasinë e prodhuar të qokolladave të gjendet koha e hargjuar (në orë) për çdo puntëor përmes mesatares harmonike të ponderuar:

Tabela 2. Llogaritja e mesatares harmonike të ponderuar. Paraqitja e kompanive, numrit të punërëve, kohës së hargjuar dhe sasisë së prodhuar.

Nr.	Emri i ndermarrjes	Nr. i puntoreve (f)	Koha e hargjuar për njësi prodhimi (në orë) (x)	Sasia e prodhuar (në mijë)
1	H&E	140	7	20
2	QTX	180	9	20
3	Malibu	240	8	30
4	Felix	360	4	90
	Σ	920		180

Shembull i supozuar.

$$H = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}} = \frac{140 + 180 + 240 + 360}{\frac{140}{7} + \frac{180}{9} + \frac{240}{8} + \frac{360}{6}} = \frac{920}{20 + 20 + 30 + 90} = \frac{920}{180} = 5.11 \text{ orë}$$

Nëse e përdorim mesataren aritmetike në bazë të formules do të kemi:

$$\bar{x} = \frac{\sum f * x}{\sum f} = \frac{150 * 7 + 180 * 9 + 240 * 8 + 360 * 6}{140 + 180 + 240 + 360} = \frac{6750}{920} = 7,33 \text{ orë}$$

Që do të thotë se mesatarja aritmetike nuk jep gjithmonë rezultate të sakta. Andaj duhet edhe përdorimi i mesatareve tjera algjebrike të cilat janë të përshtatshme për trajtime të mëtutjeshme.

Prova: Gjithsejtë 920 puntorë prodhuan 180 njësi prodhim (në mijë)

Mesatarja harmonike e ponderuar:

$$180 * 5.11 = 920 \text{ punëtorë}$$

Mesatarja aritmetike e ponderuar:

$$180 * 7.33 = 1320 \text{ punëtorë}$$

2.2.3 Mesatarja gjeometrike

Mesatarja gjeometrike bënë pjesë në mesatare algjebrike e cila në praktikën statistikore përdoret kryesisht për llogaritjen e ritmit mesatar të zhvillimit të dukurisë së analizuar, pra përdoret në rastet kur seritë e të dhënave posedojnë vecori të progresionit gjeometrik apo kur seritë e dukurive shprehen përmes treguesve relativ. Kjo shprehet përmes kësaj formule:

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n} \quad (7)$$

Përkatesisht formula e përgjithshme është:³

$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} \quad (8)$$

Mirëpo kur $n > 2$, e me qëllim të llogaritjes së madhësisë mesatare në mënyre më të shpejtuar, atëherë aplikohet veprimi i logaritmit dhe antilogaritmit:

³ Prof.dr.sc.Rahmil Nuhiu-Mr.sc.Ahmet Shala "Bazat e Statistikës" Prishtinë 2005.

$$\text{Log } G = \frac{\log x_1 + \log x_2 + \log x_3 + \dots + \log x_n}{n} = \frac{\sum \log x_i}{n} \quad (9)$$

Dallojmë dy lloje të mesatares gjeometrike

- ❖ Mesatarja gjeometrike e thjeshte dhe
- ❖ Mesatarja gjeometrike e ponderuar

Formula për llogaritjen e mesatares gjeometrike të thjeshtë:

$$G = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * x_3 \dots x_n} \quad (10)$$

(Shembull 5.) Gjetja e mesatares gjeometrike të thjeshtë për numrat 5, 7, 9, 12, 13

$$\begin{aligned} G &= \sqrt[n]{x_1 * x_2 * x_3 * x_4 * x_5} \\ &= \sqrt[5]{5 * 7 * 9 * 12 * 13} = \sqrt[5]{49140} = \frac{1}{5} \log 49140 = \frac{1}{5} * 4.69 = \frac{4.69}{5} = \frac{0.94}{1} = \text{antilog } G = 8.71 \end{aligned}$$

Koment: Mesatarja gjeometrike e thjeshtë për numrat 5, 7, 9, 12, 13, është 8.71.

Formula për llogaritjen e mesatares së ponderuar gjeometrike:

$$G = \sqrt[f]{x_1^{f_1} * x_2^{f_2} * x_3^{f_3} \dots x_n^{f_n}} \quad (11)$$

(Shembull 6.) Për të dhënat në vijim do të llogaritet me mesataren gjeometrike të ponderuar.

Tabela 3. Llogaritja e mesatares së ponderuar gjeometrike.

x	f
2	4
3	5
5	3
7	6
6	8
	$\Sigma 26$

Shembull i supozuar.

Zgjidhje:

$$G = \sqrt[26]{2^4 * 3^5 * 5^3 * 7^6 * 6^8}$$

$$/ \log G = \frac{1}{26} (4 \log 2 + 5 \log 3 + 3 \log 5 + 6 \log 7 + 8 \log 6) =$$

$$\frac{1}{26} (4 * 0.30 + 5 * 0.47 + 3 * 0.70 + 6 * 0.84 + 8 * 0.78) =$$

$$\frac{1}{26} * 16.93 = \frac{16.93}{26} = 0.6511 / \text{antilog}$$

$$G = 4.48$$

2.3 Madhësitë mesatare të pozicionit

Pos mesatareve algjebrike ekzistojnë edhe madhësitë mesatare të pozicionit, ku bëjnë pjesë mesatarja (mediana) dhe moda. Quhen mesatare të pozicionit sepse gjatë përcaktimit të tyre merren parasysh variantet (madhësitë) që kanë denduri apo frekuencë më të madhe në seri. Pra, nëse të dhënat (variantet) e tiparit janë të renditura sipas madhësisë së tyre, vlera e madhësisë mesatare dallohen nga mesataret algjebrike, sepse rezultati i tyre është përafërisht i saktë.

Radhitja e varianteve të serisë sipas madhësisë së tyre i paraprin llogaritjes së mesatareve të pozicionit. Në bazë të renditjes së të dhënave në seri, varësisht nga denduria, zgjidhet edhe metoda adekuate për llogaritjen e mesatares.

2.3.1 Moda

Modë quhet vlera e variantit me pjesëmarrje më të madhe në serinë e distribuimit të frekuencave. Pra, modën e shpreh e dhëna (madhësia) e cila dominon në seri të frekuencave, përkatësisht ka pjesëmarrje më të dendur.

Gjatë llogaritjes së modës duhet të kemi parasysh se a kemi të bëjmë me të dhëna

a) të vazhdueshme apo b) diskrete.

a) Kur kemi të bëjmë me të dhëna të vazhdueshme atëherë moda paraqet vlerën që paraqitet më së shpeshti në seri;

b) Kur kemi të bëjmë me të dhëna diskrete, atëherë moda paraqet vlerën më të lartë në seri, e që mund të paraqitet qoftë edhe një herë.

a) Llogaritja e modës duke marrë për bazë të dhëna të vazhdueshme:

(Shembull 11.) Numri i studentëve që janë pjesë e Kolegjeve Private:
500,3600,4000,6000,4000.

Moda = 4000, pasi që kjo vlerë paraqitet më së shpeshti.

b) Llogaritja e modës duke marrë për bazë të dhëna diskrete. (Interval i barabartë)

(Shembull 12.) Numri i ndërrmarjeve shoqërore të privatizuara me sukses, përgjatë valëve të privatizimit.

Tabela 4. Llogaritja e modës. (intervali i barabartë)

Valët e privatizimit	Numri ndërrmarjeve shoqërore (frekuenca jokumulative)
16	5
21	11
36	9
42	7

Moda = 21, pasi që frekuenca më e lartë është 11.

b) Llogaritja e modës – të dhënë diskrete. (intervali i pabarabartë)

(Shembull 13.) Qarkullimi mujor, në një nga lokalet afariste në Prizren. Të dhënat janë të shprehura në mijera euro.

Tabela 5. Llogaritja e modës. (intervali i pabarabartë)

Periudha	Qarkullimi	Intervali	Dendësia e frekuencës
Qershor 2014	5.4	6.0	$5.4/6.0=0.9$
Korrik 2014	7.0	6.5	$7.0/6.5=1.0$
Gusht 2014	8.8	7.0	$8.8/7.0=1.3$
Shtator 2014	10.0	12.0	$10.0/12.0=0.83$

Moda = Gusht 2014, pasi që ka frekuencën më të lartë (1.3).

2.3.2 Mediana(mesorja)

Mediana paraqet vlerën e cila ndan serinë në dy pjesë të barabarta(simetrike), dhe llogaritet sipas formulës:⁴

$$\text{Mediana} = \frac{n+1}{2} \quad (12)$$

ku **n** paraqet numrin e varianteve;

Gjatë llogaritjes së medianës duhet të kemi parasysh se a kemi të bëjmë me:

- a) seri me numër tek apo
- b) çift të varianteve;
- c) të dhëna të vazhdueshme apo
- d) diskrete

a)Seria me numër tek të varianteve

(Shembull 7).Llogaritja e medianës nga seria e dhënë mëposhtë:

Seria: 30 16 25 40 55 60 20

Zgjidhja:

Seria (e rregulluar):

16 20 25 **30** 40 55 60

$$\text{Mesatarja} = \frac{(n+1)}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$$

Mediana = 30 pasi që është variant i katërt.

⁴ Joanne Smailes dhe Angela McGrane "Essential Bussiness Statistics" 2000.

b) Seria me numër çift të varianteve:

(Shembull 8.) Llogaritja e medianës nga seria më poshtë:

Seria: 40 16 30 50 55 60 20

Zgjidhja:

Seria (e rregulluar)

16 20 30 40 50 55 60

$$\text{Mediana} = \frac{(n+1)}{2} = \frac{(6+1)}{2} = 3.5 = \frac{(30+40)}{2} = 35$$

Mediana = 35, mesi i variantit të tretë dhe të katërt.

c) Seria me të dhëna të vazhdueshme:

(Shembull 9.) Llogaritja e medianës lidhur me pagat siq cekën më poshtë:

Pagat (seria): 5000€, 7000€, 9000€, 11000€, 4000€.

Zgjidhja:

Seria (e rregulluar):

4000€, 5000€, 7000€, 9000€, 11000€.

$$\text{Mediana} = \frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$$

Mediana = 7000€, pasi që paraqet vlerën e tretë.

d) Seria me të dhëna diskrete:

(Shembull 10.) Llogaritja e medianës lidhur me prodhimin e palëve me këpucë nga punëtorët, bazuar në tabelën e mëposhtme:

Tabela 6. Llogaritja e medianës. Paraqitja e sasisë së këpucëve dhe numrit të punëtorëve.

Sasia e këpucëve(palë) të prodhuara	Numri i punëtorëve në fabrikë
0	6
1	8
2	15
3	8

Shembull i supozuar

Zgjidhja:

Sasia e këpucëve(palë) të prodhuara	Numri i punëtorëve në fabrikë	Konvertimi në të dhëna kumulative
0	6	6(1 deri 6)
1	8	14(7 deri 14)
2	10	24(15 deri 24)
3	9	33(25 deri 33)
Gjithsej	33	

$$\text{Mediana} = \frac{n+1}{2} = \frac{33+1}{2} = 17 = \frac{2+3}{2} = 2.5$$

3. DEKLARIMI I PROBLEMIT

3.1 Llogaritje me shembuj të ndryshëm të mesatareve algjebrike

(Shembulli 14.) Të dhënat për cmimet e karburanteve në periudhën mars 2010 deri në prill 2014.

Tabela 7. Llogaritja me mesataren e thjeshtë aritmetike

Periudha	Çmimi (x) (në euro)
Mars 2010	0.97€
Janar 2011	1.15€
Qershor 2012	1.22€
Prill 2014	1.38€
	$\sum x = 4.72€$

Burimi: Buletini Mujor Statistikor (BQK, 2013)

$$\text{Mesatarja} = \frac{\sum x}{n} = \frac{4.72}{4} = 1.18€$$

Komentimi: Çmimi mesatar për litër i karburanteve, sipas mesatares aritmetike të thjeshtë, për periudhën Mars 2012 – Prill 2014 është 1.18€.

(Shembulli 15.) Të dhëna mbi numrin e kinemave në Kosovë dhe numrin e filmave të shfaqur përgjatë viteve 2004 deri më 2010.

Tabela 8. Llogaritja me mesataren e ponderuar aritmetike.

Viti	Numri i filmave të shfaqur (x)	Numri i kinemave (f)
2004	79	10
2005	150	15
2006	185	14
2007	99	11
2008	302	12
2009	250	15
2010	282	19
		$\Sigma 96$

Burimi: Enti statistikor i Kosovës (raportet 2014)

Zgjidhja:

x*f
790
2,250
2,590
1,089
3,624
3,750
5,358
$\Sigma 19,451$

$$\text{Mesatarja} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{19451}{96} = 202.61$$

Komenti: Mesatarja e filmave të shfaqur në kinematë e Kosovës nga viti 2004 deri më 2010 është 202.61 filma.

(Shembull 17.) Numri dhe mosha e studenteve në një kolegji privat të arsimit të mesëm të ulët dhe mesëm të lartë të regjistruar në vitin 2013-2014.

Tabela 9. Llogarija e mesatares harmonike. Paraqitet numri dhe mosha e studentëve në njërin nga kolegjet private në Kosovë.

Numri studentëve	Mosha
2	13
5	14
13	15
7	16
3	17

Shembull i supozuar.

Zgjidhja:

Mosha x	Numri i studentëve f	$\frac{1}{x}$
13	2	0.1538
14	5	0.3571
15	13	0.8667
16	7	0.4375
17	3	0.1765
Totali	$\Sigma f=30$	$\Sigma \left(\frac{1}{x}\right) = 1.9916$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f}{\Sigma \left(\frac{f}{x}\right)} = \frac{30}{1.9916} = 15.0631 \text{ vite}$$

Komenti: Mesatarja e thjeshte harmonike është 15.0631 vite apo ≈ 15 .

(Shembull 18.) Gjetja e mesatares për vlerat 10, 5, 15, 8, 12

Tabela 10. Llogaritja e mesatares gjeometrike. Paraqitja e numrave sipas mostrës së rastësishme.

x	Log x
10	1.0000
5	0.6990
15	1.1761
8	0.9031
12	1.0792
Totali	$\sum \log x = 4.8573$

Shembull i supozuar.

$$\text{G.M e } X = \bar{x} = \text{Antilog}\left(\frac{\log \sum x}{n}\right)$$

$$\bar{x} = \text{Antilog}\left(\frac{4.8573}{5}\right)$$

$$\bar{x} = \text{Antilog}(0.9715)$$

$$\bar{x} = 9.36$$

Komentimi: Mesatarja e numrave 10, 5, 15, 8, 12 sipas mesatares gjeometrike është 9.36.

(Shembull 19.) Gjetja e mesatares gjeometrike per notimin e studentëve.

Tabela 11. Llogaritja e mesatares gjeometrike. Paraqitja e notave dhe numrit të studentëve të disa klasave në një kolegji privat.

Notat	Nr.i Studentëve
0-30	20
30-50	30
50-80	40
80-100	10

Burimi: Kolegji Mehmet Akif (Prizren 2010).

Zgjidhja:

Notat	Numri i studentëve f	Pikat mesatare x	$f \log x$
0-30	20	15	$20 \log 15 = 23.5218$
30-50	30	40	$30 \log 40 = 48.0168$
50-80	40	65	$40 \log 65 = 72.5165$
80-100	10	90	$10 \log 90 = 19.5424$
Total	$\sum f = 100$		$\sum f \log x = 163.6425$

$$\text{G.M of } X = \bar{x} = \text{Antilog} \left(\frac{\sum f \log x}{\sum f} \right)$$

$$\bar{x} = \text{Antilog} \left(\frac{163.6425}{100} \right)$$

$$\bar{x} = \text{Antilog} (1.6364)$$

$$\bar{x} = 43.29$$

Komentimi: Mesatarja gjeometrike për notat e marrura nga studentët është 43.29.

3.2 Llogaritje me shembuj të ndryshëm të mesatareve të pozicionit

(Shembulli 16.) Të dhëna mbi pagat mesatare në hotele dhe restorante përgjatë viteve 2005-2011.

Tabela 12. Llogaritja e modës dhe medianës.

Periudha	Paga mesatare në Hotele dhe Restorante (frekuenca jokumulative)
2005	152
2006	156
2007	199
2008	208
2009	217
2010	221
2011	225

Buirimi: Enti statistikor i Kosovës

Zgjidhja:

1) Moda

Të dhënat mbi pagat në restorantë dhe hotele janë të dhëna të vazhdueshme. Sipas definicionit, moda tek të dhënat e vazhdueshme paraqet vlerën që paraqitet më së shpeshti, prandaj kemi seri jo modale.

2) Mediana

$$\text{Mediana} = \frac{n + 1}{2} = \frac{7 + 1}{2} = 4, \text{Mediana} = 208$$

4. METODOLOGJIA

Në shfrytëzimin e formulave dhe mënyrave të inventuara nga autorë të lashtë kam hasur në një gamë të gjerë të tyre për përpilimin e këtijë punimi diplome. Andaj kam përdorur këtë metodologji pune:

Fillimisht po trajtojë disa shembuj praktik mbi mesataret algjebrike. Pastaj disa shembuj tjerë praktik mbi mesataret e pozicionit.

Gjithashtu kam për të dhënë përparësitë dhe mangësitë për secilën nga mesataret, si ato algjebrike edhe ato të pozicionit.

Për këtë qëllim kam shfrytëzuar literatura dhe artikuj shkencorë të ndryshëm si ato në gjuhën shqipe por edhe gjuhë të huaja.

5. REZULTATET

5.1 Përparësitë dhe mangësitë e treguesve të vlerës mesatare algjerbrike

Mesatarja Aritmetike

Përparësitë

1. Procedurë e shpejtë dhe e lehtë për llogaritje.
2. E lehtë për të punuar me të edhe në analiza e të dhënave të mëtutjeshme.
3. Përfshijnë të gjithë serinë që të tregojnë vlerën mesatare.

Mangësitë

1. Sensitive për vlerat ekstreme.
2. Nuk është e përshtatshme për llojet e të dhënave në seri kohore.
3. Vlen të përdoret vetëm atëherë kur vlerat për llogaritje janë njësoj të rëndësishme.
4. E metë kryesore është se nuk ka ndonjë interpretim kur seria është shumë e shpërndarë.

Mesatarja harmonike

Përparësitë

1. Ajo është e përcaktuar saktë si mesatare dhe vlera e saj është gjithmonë e caktuar.
2. Vlera e saj është e bazuar në të gjitha vëzhgimet në një seri të caktuar.
3. Ajo është e aftë për llogaritje të mëtutjeshme algjebrike.
4. Ajo nuk është prekur nga luhatjet e marrjes së mostrave.
5. Në problemet që kanë të bëjnë me kohën dhe normat, kjo jep rezultate më të mira në krahasim me mesataret e tjera. Mesatarja harmonike jep rezultat më të mirë, kur distancat e mbuluara janë të njëjta, por shpejtësia e mbulimit ndryshon.

Mangësitë

1. Nuk është e lehtë të kuptohet dhe kështu zbatimi i saj është injoruar.
2. Kjo nuk është e lehtë për të llogaritur sepse përfshin vlerat reciproke (përdorimi i kalkulatorave mund të ndihmojë për të hequr këtë vështirësi).
3. Jep pesha të panevojshme për elemente të vogla dhe injoron elemente të mëdha. Kjo kufizon përdorimin e saj në analizën e të dhënave ekonomike.
4. Në rast të vlerave zero ose negative, ajo nuk mund të llogaritet.

Mesatarja gjeometrike

Përparësitë

1. Është e bazuar në të gjitha pikat e të dhënave.
2. Është e përcaktuar saktësisht. Kjo do të thotë që hetuesit e ndryshëm do të gjenin të njëjtin rezultat nga grup të caktuar të të dhënave.
3. Mesatarja gjeometrike është e dobishme në raportet dhe përqindjet, dhe në përcaktimin e normave të rritjes apo uljes.
4. Ajo është e aftë të trajtojë llogaritjet algjebrike. Kjo do të thotë që mund të gjendet mesatarja gjeometrike kombinuar në dy ose më shumë seri.⁵

Mangësitë

1. Kjo nuk kuptohet lehtë dhe për këtë arsye nuk është përdorur gjerësisht.
2. Është e vështirë për të llogaritur, pasi që ajo përfshin njohuri për raportet, rrënjët katrore, logaritmet dhe antilogaritmet.
3. Kjo bëhet e papërcaktuar në rast se çdo vlerë në seri të caktuar të ndodhë që të jetë zero ose negative.
4. Mesatarja gjeometrike mund të mos korrespondojë me ndonjë vlerë të të dhënave.

⁵ Macroption.com

5.2 Përparësitë dhe mangësitë e mesatareve të pozicionit

Moda

Përparësitë.

1. Shumë të shpejtë dhe të lehtë për të përcaktuar
2. Është një vlerë aktuale e të dhënave
3. Nuk ndikohen nga rezultatet ekstreme

Mangësitë

1. Ndonjëherë jo shumë informative.
2. Mund të ndryshojë në mënyrë dramatike nga mostra në mostër.
3. Mund të jetë më shumë se një.

Mediana

Përparësi

1. Mediana është përcaktuar saktësisht si në rastin e mesatares aritmetike.
2. Ajo mund gjithashtu të përdoret për sasitë. Është e mundur për të rregulluar në çdo mënyrë dhe për të gjetur vlerën e mesme.
3. Ajo mund të gjendet grafikisht.
4. Ajo mund të llogaritet lehtë dhe është gjithashtu e lehtë për t'u kuptuar.
5. Mediana është përdorur edhe për pajisje të tjera statistikore të tilla si devijimi dhe lakueshmëria.
6. Elementet ekstreme mund të mos jetë në dispozicion për të marrë medianën si metodë për llogaritje.

Mangësitë

1. Edhe në qoftë se vlera e elementeve ekstreme është shumë e madhe, ajo nuk ndikon shumë, por për shkak të kësaj arsye, nganjëherë mesatarja nuk mbetet përfaqësuesi i serisë.
2. Ajo është e prekur më shumë nga luhatjet e mostrave.
3. Mediana nuk mund të përdoret për trajtime të mëtejshëm algjebrike.
4. Nëse numri i seri është i barabartë, mund të bëhet vetëm vlerësimi i saj.

6. KONKLUSIONE

Statistika si një nocion i gjerë shkencor kishte lindur qysh në shek XVIII si nevojë dhe e rëndësishme për mbajtjen dhe zhvillimin e pasurive individuale dhe ato kombëtare. Si aspekt i vlerësimit të saktë të kapaciteteve reale dhe njohjes apo leximit të saktë të tyre.

Statistika, shekuj me radhë ishte një faktor i rëndësishëm i ngritjes dhe i zhvillimit të mendimit shkencor. Në shoqërinë e tashme bashkëkohore statistika kryen detyra të llojllojshme si në informimin e opinionit të gjerë, ashtu edhe për ndodhitë e reja të paraqitura në shoqëri dhe ekonomi.

Gjithashtu rëndësia e madhe e statistikës vërehet edhe në biznes. Pasi që për të qenë cdoher në hap me kohën dhe për të përcjellur trendet e reja jashtë dhe brenda vendit. Apo thënë thjesht për të përcjellur konkurrentin e afërt dhe atë larg biznesit nevojitet Statistika apo të dhëna statistikore sepse cdo biznes ka nevojë për rezultate jo për teori pa ndonjë rezultat të dukshëm.

Për të marrë vendime një biznesi i nevojiten të dhëna primare dhe senkondare. Fillimisht të dhënat duhet të mbildhen pastaj të organizohen, analizohen dhe në fund të interpretohet vendimi.

Treguesit e vlerës mesatare janë ndër llogaritjet më të përdorura në praktikë. Çdo biznes ka përdorë llogaritjet mesatare, cdo person apo cdo familje përdor llogaritjet mesatare. Përdorimi i tyre ndodh për arsye të llogaritjes së të ardhurave, shpenzimeve, investimeve të mundshme apo edhe situatave tjera.

Vlerat mesatare janë të thjeshta për tu llogaritur, kuptuar, analizuar dhe interpretuar. Ato japin rezultat të shpejtë dhe të saktë.

7. REFERENCAT

- (1) Prof.dr.sc.Rahmil Nuhiu-Mr.sc.Ahmet Shala ‘‘Bazat e Statistikës’’ Prishtinë 2005.
- (2) Joanne Smailes dhe Angela McGrane ‘‘Essential Bussiness Statistics’’ 2000.
- (3) M.L Berenson dhe D.M Levine,’’Basic Statistics’’, 3rd edn, D.P. Publications, 1993.
- (4) Osmani,Myslym : ‘‘Statistika’’ Tiranë, 2004.
- (5) Banka Qëndrore e Kosovës www.bqk-kos.org
- (6) ASK, Agjensioni i statistikave të Kosovës